**Problema #1**

Cada uno de los números 1, 4, 7, 10 y 13 se coloca en uno de los cinco cuadrados de una cruz simétrica, de modo que la suma de los tres números en la fila horizontal sea igual a la suma de los tres números en la columna vertical. Hallar el mayor valor que puede tomar la suma de los tres números en la fila horizontal.

SOLUCIÓN:

Sean x: número en el centro de la cruz

l: número a la izquierda

r: número a la derecha

u: número de arriba

d: número de abajo

k: constante mágica

Sabemos que: k = l + x + r = u + x + d

Luego: k + k = (l + x + r) + (u + x + d) = x + (l + x + r + u + d)

2k = x + (suma de todos los números) = x + (1 + 4 + 7 + 10 + 13)

2k = x + 35; k = (x + 35) / 2

Obviamente k será máximo cuando x sea máximo. El mayor valor es 13, que debe ir al centro. Entonces: k = (13 + 35) / 2 = 48 / 2 = 24

Ese valor es 24.

**Problema #2**

Se tiene un ladrillo cuyas caras inferior, frontal y lateral tienen áreas de 48, 32 y 24, respectivamente. Hallar el volumen del ladrillo.

SOLUCIÓN:

Sean x, y, z, las aristas del ladrillo. Entonces sabemos que:

xy = 48; yz = 32; xz = 24

Nos piden el volumen V = xyz, que podemos reescribirlo como .

Luego: (2\*24)(32)(24) = (64)(24)(24) = (8)(24)

Por tanto: V = 192

**Problema #3**

En Cuatrolandia solo se usan los dígitos 1, 2, 3 y 4. Desireé, que vive en Cuatrolandia, escribe números que tienen 4 cifras. En cada número que escribe, usa solamente dos dígitos distintos. ¿Cuántos números escribió Desireé?

SOLUCIÓN:

Los números son de 4 dígitos, con la particularidad de que cada número SOLO usa DOS, del conjunto {1, 2, 3, 4}.

Lo primero que tengo que hacer es elegir dos dígitos de entre los 4. Esto se hace de:

C (4, 2) = 6 maneras

Una vez que tengo elegidos mis DOS NÚMEROS, pueden tener distintas disposiciones, como por ejemplo: abba, abbb, etc.

Nuestro número es de la forma XXXX donde la X va a ser sustituida por a o b.

Es evidente que cada casilla se puede llenar de dos formas, eligiendo a, o eligiendo b. Es decir:

(2)(2)(2)(2) = .

Pero aquí están incluídos los números aaaa y bbbb, claramente prohibidos por una de las condiciones del problema, ya que NO pueden tener un solo dígito.

Luego: 16 – 2 = 14.

Finalmente: (# formas de ESCOGER)\*(# formas de ORDENAR) = 6\*14 = 84.

**Problema #4**

Se trazan todas las diagonales de un polígono de 2015 lados. ¿Cuántas diagonales se han trazado?

1ra SOLUCIÓN:

Sabemos que un polígono de n lados tiene n vértices. Si nos situamos en un vértice cualquiera, todas las líneas que vayan a los otros vértices son diagonales, exceptuando a los vértices adyacentes, y al propio vértice desde donde las trazo. Es decir, desde un vértice puedo trazar (n – 3) diagonales. Como tengo n vértices, quiere decir que tengo n(n – 3) diagonales. Pero, …¡UN MOMENTO! ¡Estoy SOBRECONTANDO! Ya que estoy considerando a las líneas AB y BA como diagonales distintas. Por tanto:  
n(n – 3)/2.

2da SOLUCIÓN:

Hallemos todas las rectas que pueden formarse con n puntos. Una recta es definida por 2 puntos. Por tanto, todas las maneras de elegir n de 2 formas será esa cantidad. O sea:

C (n, 2) =

Como n rectas son lados, debemos restarlas de esta cantidad y lo que quede serán diagonales. Así:

= =

**Problema #5**

Asignar a cada una de las letras a, b, c, d, e uno de los números 71, 76, 80, 82, 91, sin repeticiones, de manera que a + b sea múltiplo de 2, a + b + c sea múltiplo de 3, a + b + c + d sea múltiplo de 4 y a + b + c + d + e sea múltiplo de 5.

SOLUCIÓN:

Como a + b es par, solo aplicarían las parejas (71, 91), (76, 80), (76, 82) y (80, 82).

A estas parejas debemos agregar un tercer elemento c, tal que formen una terna cuya suma sea divisible para 3. La primera pareja queda excluída porque ni siquiera hay otro valor que haga que su suma sea impar.

Por lo pronto, tendríamos: (76, 80, 71), (76, 80, 91), (76, 82, 71), (76, 82, 91), (80, 82, 71) y (80, 82, 91). **De éstas, la suma es divisible para 3, solo con (76, 82, 91).**

Claramente, c = 91. Pero, también: a + b = 76 + 82 = 82 + 76

A la terna que nos queda tenemos que añadir un valor d, tal que la suma de los elementos de la cuaterna sea múltiplo de 4. Como la suma de los elementos de las ternas es impar, el cuarto elemento está obligado a ser impar. El único que nos queda es: d = 71.

Veamos si la suma de los elementos es múltiplo de 4:

76 + 82 + 91 + 71 = 320 es múltiplo de 4

Finalmente a 76 + 82 + 91 + 71 = 320 debemos añadir un quinto elemento tal que la suma sea múltiplo de 5. El único que nos queda es 80, que añadido a los valores anteriores es un múltiplo de 5. Por tanto: e = 80.

Luego, nos quedan dos soluciones:

a b c d e y a b c d e

76 82 91 71 80 82 76 91 71 80

**Problema #6**

Sea ABC un triángulo rectángulo, con <A = 90°. Sean D en el lado AC y E en el lado BC, de modo que <BDE = 90°, AD = 5 y BD = DE = 10. Hallar la medida de los ángulos <B y <C.

SOLUCIÓN:

Trazamos nuestro triángulo rectángulo ABC, con AC como “horizontal” y AB como “vertical”. Ubicamos D y E, de modo que se forme el triángulo rectángulo BDE, con < D = 90°.

Como BD = DE = 10, entonces BDE es isósceles y los otros dos ángulos son 45°.

Esto significa que en el triángulo rectángulo ABD, conocemos AD = 5 y BD = 10, por tanto, sen < ABD = 5 /10 = ½ . Así, < ABD = 30°.

Como < DBE = 45°, entonces < B = < ABD + < DBE = 30° + 45° = 75°.

Ya que ABC es rectángulo, entonces < C = 90° - < B = 90° - 75° = 15°.

Así, < B = 75°, < C = 15°.